

流场特性驱动的亚松弛因子自动获取方法

康杰, 樊桦, 吴东垠

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为解决传统亚松弛因子选取过度依赖计算经验并且没有考虑流场本身特性的问题,提出了一种流场特性驱动的亚松弛因子自动获取方法。针对压力耦合方程组的半隐式方法(SIMPLE)系列算法,基于流场速度梯度给出了用于表征速度分布的表征量,在此基础上利用非线性函数对该表征量进行转化,导出了速度亚松弛因子的计算表达式,并且在顶盖驱动流、后台阶流和水箱流3个经典算例下对比分析了固定亚松弛因子与自动获取方法在一阶迎风格式、对流项二阶迎风插值(QUICK)格式和保证隐定性的二阶插分格式下的计算表现。结果表明:所提自动获取方法在各算例和离散格式中的计算时间均与固定亚松弛因子下的最短计算时间相当,有些工况下甚至小于固定亚松弛因子的最短计算时间;当后台阶流算例采用 30×180 和 30×210 的网格,QUICK 格式下固定亚松弛因子为 0.1、0.5、0.9 时,计算均不收敛,改用所提自动获取方法后计算收敛;采用自动获取方法的计算残差最终可以达到 10^{-14} 量级,与收敛情况下的固定亚松弛因子量级相同。研究为进一步优化亚松弛因子自动获取方法提供了参考。

关键词: SIMPLE 算法;有限体积法;高精度格式;亚松弛因子

中图分类号: TK124 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202504004 **文章编号:** 0253-987X(2025)04-0040-10

Flow Field Characteristics-Driven Automatic Under-Relaxation Factor Acquisition Method

KANG Jie, FAN Hua, WU Dongyin

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To address the issue of traditional under-relaxation factor selection overly reliant on computational experience and overlooking inherent flow field characteristics, a method for automatically acquiring under-relaxation factors driven by flow field characteristics is proposed. For the semi-implicit method for pressure-linked equations (SIMPLE) series algorithm, a quantity representing the velocity distribution based on the velocity gradient of the flow field is provided. Utilizing a nonlinear function to transform this quantity, an expression for calculating the velocity under-relaxation factor is derived. Comparative analyses of fixed under-relaxation factors and the automatic acquisition method are conducted in three classic cases of lid-driven flow, backward-facing step flow, and tank flow under first-order upwind, quadratic upwind interpolation of convective kinematics (QUICK), and stability-guaranteed second-order difference schemes. The results show that the proposed automatic acquisition method yields computation

收稿日期: 2024-10-12。 作者简介: 康杰(1998—),男,硕士生;吴东垠(通信作者),男,教授,博士生导师。

基金项目: 陕西省秦创原“科学家+工程师”队伍建设项目(2023KXJ-218)。

网络出版时间: 2024-12-04

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.T.20241203.1749.005>

times comparable to the shortest computation times under fixed under-relaxation factors in all cases and discretization schemes, and in some scenarios, even shorter than the shortest computation time under fixed under-relaxation factors. In the case of the backward-facing step flow with grid sizes of 30×180 and 30×210 under the QUICK scheme, computations do not converge with fixed under-relaxation factors set at 0.1, 0.5, and 0.9, but converge when using the proposed automatic acquisition method. The residual values obtained using the automatic acquisition method can reach the order of 10^{-14} , equivalent to the order of fixed under-relaxation factors under convergence conditions. This research provides a reference for further optimizing automatic under-relaxation factor acquisition methods.

Keywords: SIMPLE algorithm; finite volume method; high-order scheme; under-relaxation factors

目前,在流动传热计算过程中,离散方程压力与速度的求解方法可以分为联立直接求解和分离式求解两类。压力耦合方程组的半隐式方法(SIMPLE)系列算法是分离式求解中的一种经典算法,该算法及其衍生算法在工程实践中得到了广泛的应用^[1-7]。SIMPLE 算法在预估-校正的过程中引入了亚松弛因子,但是目前关于亚松弛因子的选取并没有一个最优的方法,在流动传热问题的计算中大多依赖以往的计算经验。

许多学者围绕着如何选取最优的亚松弛因子进行了研究。在固定亚松弛因子方面,Patankar^[8]提出将速度和压力亚松弛因子分别设为 0.5 和 0.8,以确保大多数情况下的迭代收敛性。Barron 等^[9]进一步分析了亚松弛因子在湍流计算中的作用,并推荐将速度和压力亚松弛因子分别设置在 0.8~0.9 和 0.2 的范围内。Marek 等^[10]提出了一种基于残差收敛与发散趋势的混合松弛格式。Gopinath 等^[11]提出了一种基于正交阵列的亚松弛因子选择方法。

在自动获取亚松弛因子的过程中,有许多基于残差的方法。Chatwani 等^[12]从动量方程残差入手,提出了一种自动获取压力亚松弛因子的方法,但是这种方法在提高 SIMPLE 算法计算效率方面的效果不够理想。范晓伟等^[13]基于离散方程残差平方和最小的原理,建立了一种压力亚松弛因子的自动生成方法,并且通过计算验证了该方法的可靠性。在亚松弛因子自动获取的研究中,模糊控制方法也被引入。Liu 等^[14]采用模糊控制方法,为 SIMPLER 算法提出了一种自动获取最佳速度亚松弛因子的策略,该方法在速度亚松弛因子较小时的加速效果显著。王艳宁等^[15]将这一方法扩展到三维流动问题的求解中,并且通过经典算例的计算,证实了模糊控制方法的有效性。除此之外,Morii 等^[16]基于速度修正值,通过亚松弛因子补偿了在修正速度时所舍

弃的相邻节点速度修正值的影响,从而提出了 SOAR 算法。马森等^[17]单独对压力的亚松弛因子加上了自适应调整,一定程度上节省了计算时间。

上述自动获取方法大多着眼于数学上的推演,而忽略了流场本身的性质。陶文铨团队^[18]提出可以将离散方程中周围邻点对应的系数拆分为对流部分和扩散部分,通过平衡对流部分和扩散部分,从而推导得出亚松弛因子的计算表达式。

本文从流场本身的流动特性出发,提出了一种亚松弛因子的自动获取方法,并且采用 SIMPLE 算法编写求解器,通过对顶盖驱动流、后台阶流和水箱流这 3 个经典算例进行计算,对比研究了固定亚松弛因子和自动获取亚松弛因子在不同算例中的表现,验证了该自动获取方法的实用性。

1 SIMPLE 算法与离散格式

一般在处理流动传热问题时,连续性方程、动量守恒方程和能量守恒方程可以统一写成

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \text{div}(\rho U\varphi) = \text{div}(\Gamma_{\varphi} \text{grad}\varphi) + S_{\varphi} \quad (1)$$

式中: ρ 为密度, kg/m^3 ; t 为时间, s ; φ 为广义变量,在连续性方程中为常数 1,在动量守恒方程中为速度,在能量守恒方程中为温度; U 为速度矢量; Γ_{φ} 为广义扩散系数; S_{φ} 为广义源项。

有限体积法基于相邻控制体之间的关联,将控制方程进行离散,最终可以得到控制方程的离散方程。如图 1 所示,以控制体 O 为基准, W 和 W' 分别代表控制体 O 西面的第 1 个和第 2 个控制体体心, E 和 E' 分别代表控制体 O 东面的第 1 个和第 2 个控制体体心, w 和 e 分别代表控制体 O 的西界面和东界面。后文中,各变量采用大写角标 W' 、 W 、 O 、 E 、 E' 代表该变量为相应控制体体心处变量,各变量采用小写角标 w 、 e 代表该变量为相应控制体界面处变量。

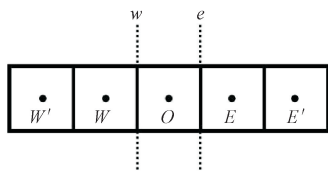


图 1 控制体之间的关系

Fig. 1 Spatial relationships among control volumes

在 SIMPLE 算法中,以二维稳态流动中的 x 方向动量方程为例,引入亚松弛因子之后,对应的离散方程变为

$$\frac{a_O}{\alpha} u_O = \sum_I a_I u_I + b + (p_O - p_E) \Delta y + \frac{a_O}{\alpha} (1 - \alpha) u_O^{\text{old}} \quad (2)$$

式中: a 为离散方程的系数; α 为速度 u 的亚松弛因子; u 为水平方向的速度, m/s; I 为与控制体 O 相邻方向的控制体体心, 二维网格中 $I \in \{W, E, N, S\}$; b 为源项; p 为压力, Pa; Δy 为控制体高度, m; u_O^{old} 为上一轮迭代的速度, m/s。

离散方程中系数 a 的计算,与所采用的离散格式息息相关,如果离散格式选择不当,也会影响计算的收敛性^[19]。在交错网格^[20]的基础上,可以通过不同的离散格式计算离散方程中的系数。

1.1 一阶迎风格式

在一阶迎风格式中,仅考虑控制体上游方向的物理量 φ 对控制体的影响。以速度控制体为例,东界面上的速度 u_e 可以表示为

$$u_e = \begin{cases} u_O, & u_e > 0 \\ u_E, & u_e < 0 \end{cases} \quad (3)$$

1.2 对流项二阶迎风插值(QUICK)格式

QUICK 格式是一种改进的迎风格式^[21]。在 QUICK 格式中,不仅考虑了控制体上游方向的物理量 φ 对控制体的影响,同时也考虑了控制体下游方向的物理量 φ 对控制体的影响。东界面上的速度 u_e 可以表示为

$$u_e = \frac{u_O + u_E}{2} - \frac{1}{8} Q \quad (4)$$

$$Q = \begin{cases} u_E - 2u_O + u_W, & u_e > 0 \\ u_O - 2u_E + u_{E'}, & u_e < 0 \end{cases}$$

1.3 保证稳定性的二阶插分(SGSD)格式

在描述界面上的物理量时,由于中心差分格式和二阶迎风格式存在各自的优缺点,所以有学者提出可以将这两种格式结合起来,这就是 SCSD 格式^[22]。以交错网格下的速度控制体为例,在 SCSD 格式中,东界面上的物理量可以表示为

$$\varphi_e^{\text{SCSD}} = \beta \varphi_e^{\text{CD}} + (1 - \beta) \varphi_e^{\text{SUD}} \quad (5)$$

式中: φ_e^{CD} 为中心差分格式计算出的物理量东界面值; φ_e^{SUD} 为二阶迎风格式计算出的物理量东界面值; β 为加权系数, $0 \leq \beta \leq 1$ 。

在 SCSD 格式的基础之上,SGSD 格式^[23]提供了一种 β 的计算方法,可以很好地提高计算的稳定性。 β 计算式如下

$$\beta = \frac{2}{2 + P_\Delta} \quad (6)$$

式中: P_Δ 为 Pe 数。

2 自动获取方法的建立

在固定亚松弛因子方法中,全流场采用固定的亚松弛因子进行计算,固定值的选取无法通过统一的公式计算,只能通过试算并结合以往经验来确定。在这种传统方法下,亚松弛因子没有考虑流场的速度分布情况,也无法针对流场的不同区域采取因地制宜的亚松弛策略。

为了提高计算效率,需要建立一种可以因地制宜调整每个控制体亚松弛因子的方法。首先,需要寻找一个指标来表征每个控制体所处位置的速度分布情况。以 x 方向动量方程为例,在引入亚松弛因子之后,将式(2)中的 $\sum_I a_I u_I$ 展开,得到

$$\sum_I a_I u_I = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S \quad (7)$$

式中:系数 a_E 、 a_W 、 a_N 和 a_S 根据具体的离散格式计算得到。在系数的计算的过程中,会涉及到 F_e 、 F_w 、 F_n 和 F_s

$$\begin{cases} F_e = \rho u_e \Delta y \\ F_w = \rho u_w \Delta y \\ F_n = \rho v_n \Delta x \\ F_s = \rho v_s \Delta x \end{cases} \quad (8)$$

式中: F_e 、 F_w 、 F_n 和 F_s 代表了通过控制体界面流入(或流出)控制体的流量。由于 u_e 、 u_w 、 v_n 和 v_s 分别代表控制体界面上的速度,所以流场在 x 方向的速度梯度表征量 δ_x 可以用系数 a 的表达式进行表征

$$\delta_x = \frac{|a_E - a_W|}{a_O} \quad (9)$$

同理,对于 y 方向,有

$$\delta_y = \frac{|a_N - a_S|}{a_O} \quad (10)$$

每个控制体速度梯度的表征量 δ 为

$$\delta = \frac{|a_E - a_W|}{a_O} + \frac{|a_N - a_S|}{a_O} \quad (11)$$

根据文献[21],离散方程的系数满足

$$a_O = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (12)$$

根据绝对值不等式,可以求得 δ 满足

$$0 \leq \delta \leq \frac{|a_E| + |a_W| + |a_N| + |a_S|}{a_O} \quad (13)$$

$$0 \leq \delta \leq 1 \quad (14)$$

虽然 δ 表征了流动的速度梯度,但是无法直接当作亚松弛因子进行使用。这是因为根据式(11),在对流作用较小的区域, δ 取值可能达到 10^{-3} 量级,如果将其直接作为亚松弛因子使用,反而会严重拖慢计算速度。为了避免此类极端值带来的负面影响,可以考虑引入合适的数学表达式对 δ 的表达式进行钝化处理。本文推荐选取指数函数作为映射函数,建立了 $\delta[0,1] \xrightarrow{f} \alpha_{\text{auto}}[0.1,0.9]$ 的映射关系,以便控制亚松弛因子处于合适的范围。指数函数的一般表达式为

$$f(\delta) = A - Be^{C\delta} \quad (15)$$

式中: A 、 B 和 C 均为常系数。

将 $f(\delta)$ 映射到 $[0.1,0.9]$ 这一区间,有

$$\alpha_{\text{auto}} = 0.1 + 0.8 \frac{f(\delta) - f(0)}{f(1) - f(0)} \quad (16)$$

$$\alpha_{\text{auto}} = 0.1 + 0.8 \frac{1 - e^{C\delta}}{1 - e^C} \quad (17)$$

经过化简可以看到,化简结果与系数 A 和 B 无关,仅与 C 有关。本文选取 $C = -1.2$, 此时式(17)变为

$$\alpha_{\text{auto}} = 0.1 + 0.8 \frac{1 - e^{-1.2\delta}}{1 - e^{-1.2}} \quad (18)$$

引入非线性函数之后,由于 α_{auto} 与 δ 是正相关的,所以 α_{auto} 同样可以用来表征控制体所在位置的速度梯度。另一方面,引入非线性函数后,在 δ 的变化过程中,即便 $\delta = 0$,也有 $\alpha_{\text{auto}} = 0.1$,这样就避免了极端的 δ 导致的计算过慢问题。经过钝化之后, α_{auto} 可以根据流场的速度梯度调整亚松弛因子的大小,因地制宜地选取与流场流速分布相适应的亚松弛因子,以提高计算的速度。综上所述可知,式(18)可以作为较好的速度亚松弛因子自动获取方法。

3 算例介绍

为了检验该自动获取方法在实际计算中的表现,本文选取了3个经典算例,包括顶盖驱动流、后台阶流和水箱流,通过与传统的固定亚松弛因子方法进行对比,来验证自动获取方法的实用性。

3.1 顶盖驱动流

顶盖驱动流是验证流体动力学问题计算方法的一个基准案例。如图2所示,该模型由一个二维方腔组成,方腔的顶盖具有切向速度,其他3个壁面速度为0。此运动引起了一种流动现象,其特征是在空腔中心有一个大涡,在角落有一些小涡,而雷诺数的大小影响着流动中涡的大小和数量。

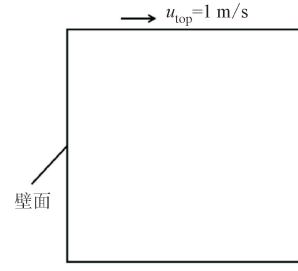


图2 顶盖驱动流模型

Fig. 2 Lid-driven cavity flow model

本文取顶盖驱动流的尺寸为 $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 。顶盖的水平速度 $u_{\text{top}} = 1\text{ m/s}$, 竖直方向速度 $v_{\text{top}} = 0$, 其余两条边界为无滑移壁面, 计算域被划分为 40×40 和 80×80 两套网格。该模型中, 雷诺数定义如下

$$Re_1 = \frac{u_{\text{top}} L_{\text{top}}}{\nu} \quad (19)$$

式中: L_{top} 为顶盖的长度, m ; ν 为运动黏性系数, m^2/s 。

3.2 后台阶流

如图3所示,在后台阶流中,流体先流过一个狭窄的入口流道,接着进入横截面突然变大的流道。流体在流经台阶处的时候,会形成漩涡。文献[24]表明,随着 Re 数的增大,在流道的顶部也会出现小涡。

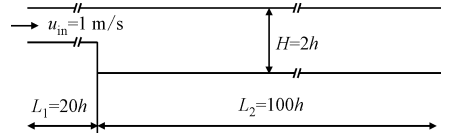


图3 后台阶流模型

Fig. 3 Backward-facing step flow model

本文取后台阶流的尺寸 $h = 1\text{ m}$ 。入口速度 $u_{\text{in}} = 1\text{ m/s}$, 竖直方向速度 $v_{\text{in}} = 0$, 出口处为充分发展边界, 其余壁面为无滑移壁面, 计算域被划分为 30×120 的网格。该模型中, 雷诺数定义如下

$$Re_2 = \frac{u_{\text{in}} H}{\nu} \quad (20)$$

式中: u_{in} 为入口速度, m/s ; H 为充分发展段的管道高度, m 。

3.3 水箱流

在水箱流模型中,水流从水箱的右下方流入,经过一个未封闭的腔体之后,从水箱的左上方流出。由于水流在流动的过程中,速度的方向发生了改变,所以在腔体内也会形成漩涡,当 Re 数较大时,还会在水箱的角落形成小涡。

本文取水箱流的尺寸为 $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 。入口速度 $v'_{\text{in}} = 1\text{ m/s}$ ，水平方向速度 $u'_{\text{in}} = 0$ 。壁面均为无滑移壁面，计算域被划分为 40×40 和 80×80 两套网格。该模型中雷诺数定义如下

$$Re_3 = \frac{v'_{\text{in}} L}{\nu} \quad (21)$$

式中： L 为水箱的长度， m 。

4 计算结果及分析

本文基于 SIMPLE 算法编写求解器，分别使用一阶迎风格式、QUICK 格式和 SGSD 格式进行离散，对顶盖驱动流、后台阶流和水箱流算例进行计算。在计算过程中对每个离散方程分别计算残差，并认为当残差满足一定条件时，计算收敛。计算收敛条件为

$$\max\{R_{\text{sum}}^m, R_{\text{sum}}^u, R_{\text{sum}}^v\} < 10^{-6} \quad (22)$$

式中： R_{sum}^m 为连续性方程的残差； R_{sum}^u 为 X 方向动量方程的残差； R_{sum}^v 为 Y 方向动量方程的残差。

为了验证计算结果的准确性，首先将计算结果与 3 个经典算例的已有研究结果^[24-26] 进行比较分析。在此基础之上，为了全面评估自动获取亚松弛因子方法相较于传统固定亚松弛因子方法的优势，本文不仅记录了自动获取方法在各算例中的表现，同时也系统地统计了在亚松弛因子分别固定为 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、0.8、0.9、1.0 时的计算结果。本文的计算时间均为 CPU 时间 (s)，数字精确到小数点后 3 位。为了排除压力亚松弛因子的干扰，本文所有计算的亚松弛因子统一取 0.2^[9]。

4.1 顶盖驱动流的计算结果

当 $Re_1 = 1\,000$ 、网格数为 40×40 时，采用一阶迎风格式、QUICK 格式和 SGSD 格式分别进行计算，计算时间如图 4 所示。

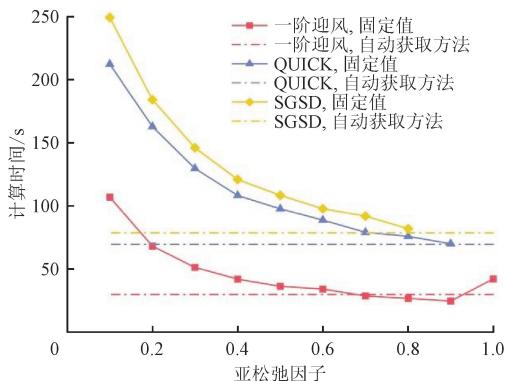


图 4 $Re_1 = 1\,000$ 时顶盖驱动流的计算时间

Fig. 4 CPU time for lid-driven cavity flow at $Re_1 = 1\,000$

图 4 中部分亚松弛因子的固定值未呈现出对应数据点，表示亚松弛因子在该固定值下，计算不收敛。下文相同，不再赘述。从图 4 可以看出，在一阶迎风格式下，亚松弛因子取固定值时均能计算收敛，而在 QUICK 格式和 SGSD 格式下，当亚松弛因子的取值过大时，则会出现不收敛的现象。

当 $Re_1 = 1\,500$ 、网格数为 80×80 时，3 种离散格式所对应的计算时间如图 5 所示。

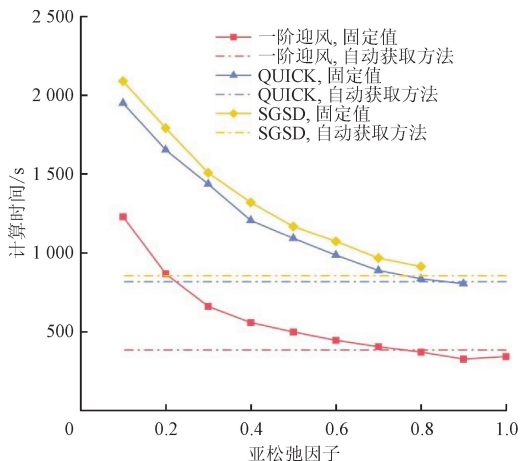


图 5 $Re_1 = 1\,500$ 时顶盖驱动流的计算时间

Fig. 5 CPU time for lid-driven cavity flow at $Re_1 = 1\,500$

从图 4 和图 5 可以看出，在顶盖驱动流算例中，总体上随着亚松弛因子的增大，计算时间逐渐减小，但是在高阶格式 (QUICK 和 SGSD 格式) 中，当亚松弛因子取值较大时，会出现计算不收敛的现象。当采用自动获取方法之后，各种离散格式下的计算均收敛，并且计算时间基本与采用固定亚松弛因子所需要的最短时间相当。

4.2 后台阶流的计算结果

在后台阶流中，当 $Re_2 = 500$ 、网格数为 30×120 时，采用 3 种离散格式分别进行计算，计算时间见图 6。

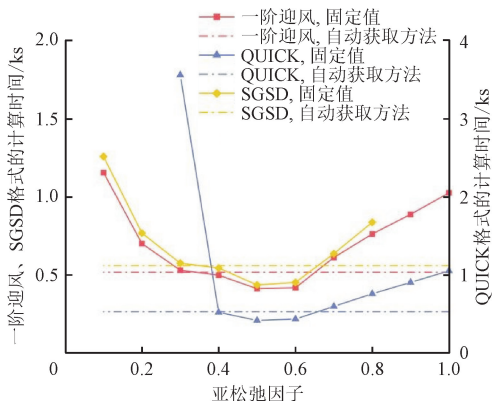


图 6 $Re_2 = 500$ 时后台阶流的计算时间

Fig. 6 CPU time for backward-facing step flow at $Re_2 = 500$

可以看出:在 QUICK 格式下,当亚松弛因子取值过小时,会出现发散的现象;在 SGSD 格式下,当亚松弛因子取值过大时,也会出现发散现象。

在网格数不变的情况下,将 Re_2 变为 1 000, 3 种离散格式所对应的计算时间如图 7 所示。

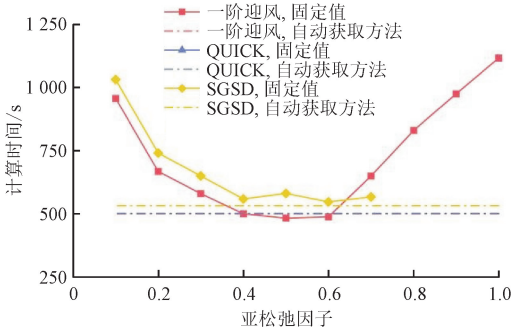


图 7 $Re_2=1\,000$ 时后台阶流的计算时间
Fig. 7 CPU time for backward-facing step flow at $Re_2=1\,000$

从图 6 和图 7 可以看出,在后台阶流算例中,总体上随着亚松弛因子的增大,计算时间先减小后增大,在高阶格式中,无论是亚松弛因子过小还是过大,都有可能出现计算不收敛的现象。当采用自动获取方法后,各种离散格式下的计算均收敛,并且计算时间基本与固定亚松弛因子所需要的最短时间相当。

值得一提的是,在图 7 中,QUICK 格式下所有采用固定亚松弛因子的计算全部发散,但是在改用自动获取方法之后,计算依然以较快的速度收敛,计算速度甚至追上了一阶迎风格式。

4.3 水箱流的计算结果

在水箱流中,当 $Re_3 = 500$ 、网格数为 40×40 时,3 种离散格式对应的计算时间如图 8 所示。

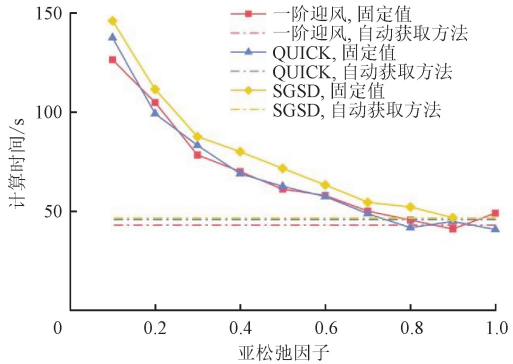


图 8 $Re_3=500$ 时水箱流的计算时间
Fig. 8 CPU time for tank flow at $Re_3=500$

当 $Re_3 = 1\,000$ 、网格数为 80×80 时,3 种离散

格式所对应的计算时间如图 9 所示。

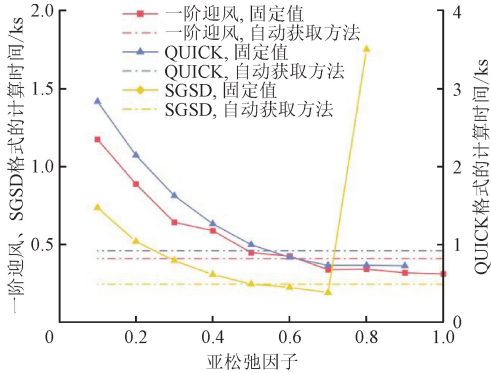


图 9 $Re_3=1\,000$ 时水箱流的计算时间
Fig. 9 CPU time for tank flow at $Re_3=1\,000$

从图 8 和图 9 可以看出,在水箱流算例的两种 Re_3 数下,采用自动获取方法相比于采用固定亚松弛因子,计算速度均体现出了显著的优势。

4.4 网格数对计算的影响

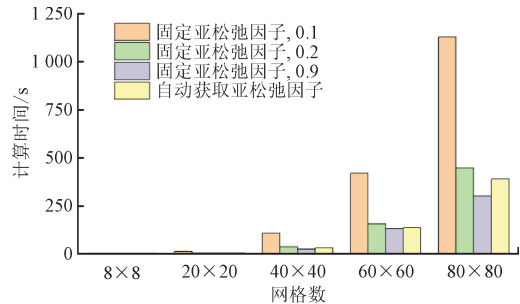
在工程应用中,选择合适的网格数至关重要。从计算精度角度来讲:网格数越多,对物理场的刻画就越精确;网格数越少,对物理场的刻画误差就越大。从计算时间角度来讲,在离散方程组的求解过程中,网格数直接决定了系数矩阵的大小,所以在其他条件相同的情况下,网格数越多,计算量越大,计算时间也就越长。为了进一步验证本文提出的自动获取方法对不同网格数的适应情况,对每种算例均选取了 5 组网格数,观察自动获取方法的计算表现。各算例对应的网格数如表 1 所示。

表 1 各算例采用的 5 组网格数			
Table 1 The number of grids used in each case			
序号	网格数		
	顶盖驱动流	后台阶流	水箱流
1	8×8	8×30	8×8
2	20×20	30×120	20×20
3	40×40	30×150	40×40
4	60×60	30×180	60×60
5	80×80	30×210	80×80

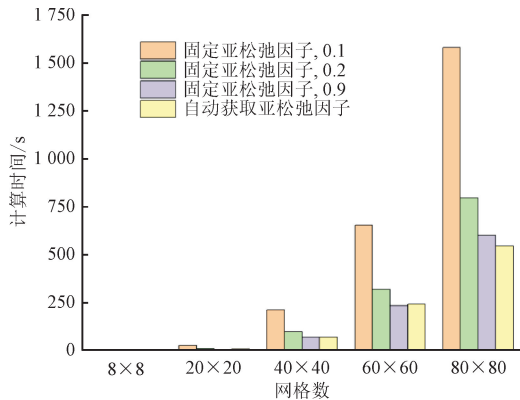
在此基础上,本文选取了 0.1、0.5、0.9 这 3 个固定亚松弛因子作为对照组,来分析固定亚松弛因子方法的收敛性表现。根据 4.1~4.3 小节的计算结果可知:在顶盖驱动流和水箱流中,0.1 代表了收敛性最高的固定值,0.9 代表了计算速度最快的固定值;在后台阶流中,0.5 代表了计算速度最快的

固定值。各算例的计算时间如图 10~12 所示。

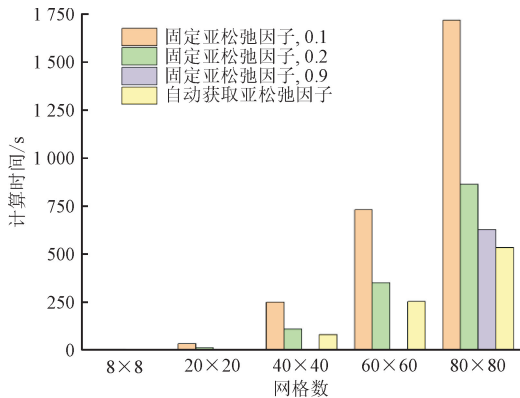
如图 10 所示,在顶盖驱动流中,总体上各个离散格式的计算收敛性均较好。在 SGSD 格式下,当亚松弛因子较大时出现了计算不收敛的情况,相同情况下自动获取方法的收敛情况较好,同时保持着较快的收敛速度。



(a)一阶迎风格式



(b)QUICK 格式



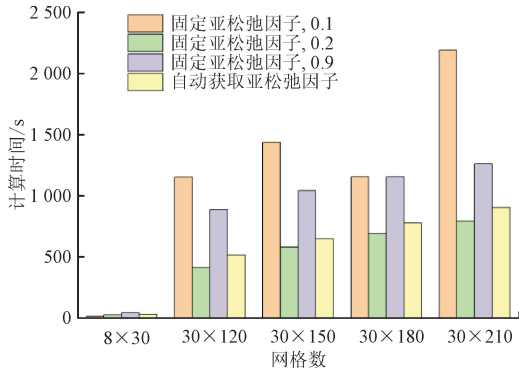
(c)SGSD 格式

图 10 $Re_1=1\,000$ 时网格数对顶盖驱动流计算时间的影响
Fig. 10 The impact of grid number on CPU time of the lid-driven cavity flow at $Re_1=1\,000$

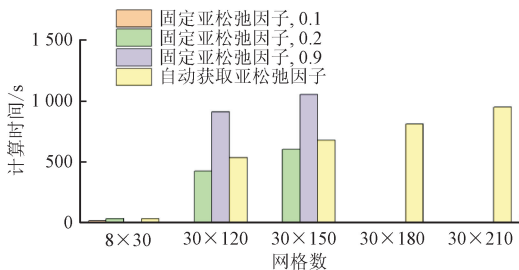
如图 11 所示,在后台阶流中,随着网格数的变化,QUICK 格式和 SGSD 格式均出现了计算不收敛的情况:QUICK 格式在 30×120 和 30×150 网格下,当亚松弛因子取 0.1 时,计算发散,在 30×180 和 30×210 网格下,3 个固定亚松弛因子对应的计

算均不收敛;在 SGSD 格式下,当亚松弛因子取 0.9 时,在 5 种网格数下的计算均发散。

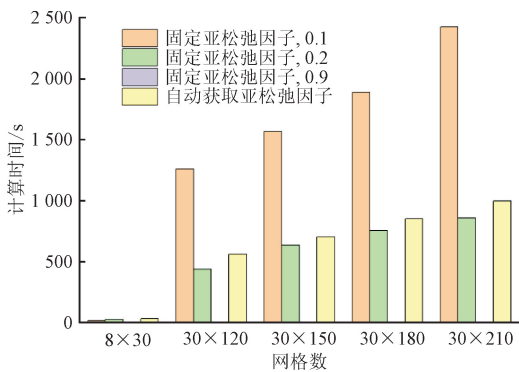
采用自动获取方法后,QUICK 格式下的计算收敛性得到了显著的改善,5 种网格数下的计算均能够收敛。通过与图 11(a)和图 11(c)的对比可知,在 QUICK 格式下,自动获取方法依然保持了较快的计算速度。在一阶迎风格式和 SGSD 格式中,自动获取方法的计算时间也均与亚松弛因子取 0.5 时的计算时间相当,体现出了较快的计算速度。



(a)一阶迎风格式



(b)QUICK 格式



(c)SGSD 格式

图 11 $Re_2=500$ 时网格数对后台阶流计算时间的影响
Fig. 11 The impact of grid number on CPU time of the backward-facing step flow at $Re_2=500$

如图 12 所示,在水箱流中,随着网格数的变化,各个格式的收敛性均较好,仅在计算时间上存在差别,自动获取方法在各个离散格式下均保持着较快的计算速度。

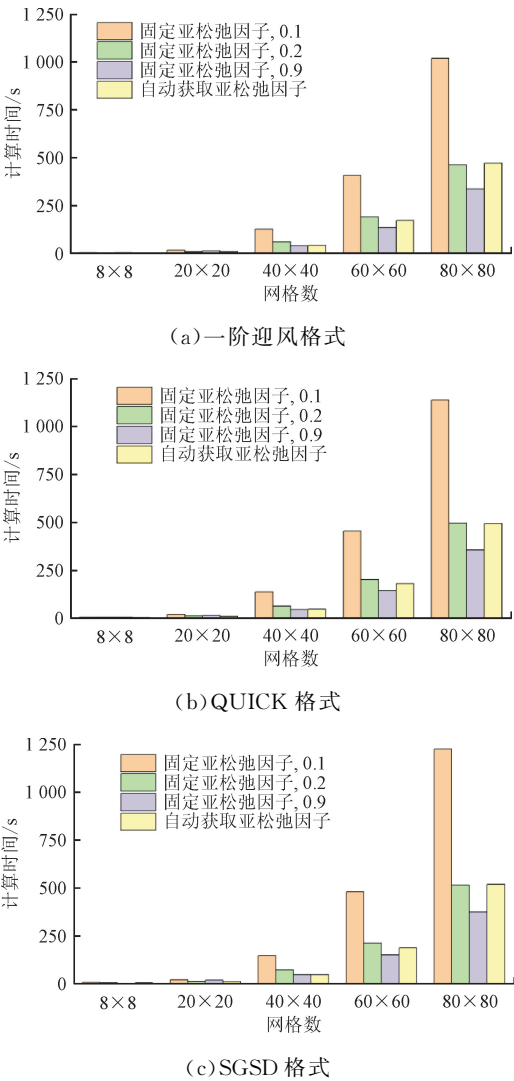


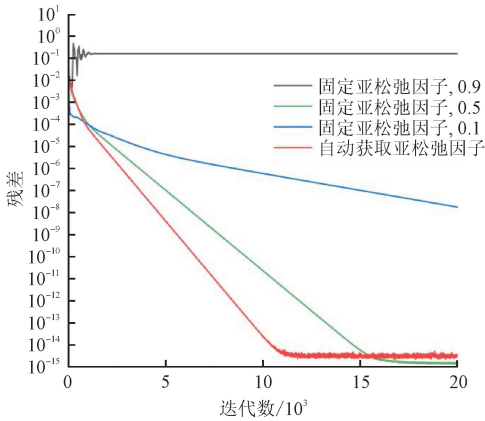
图 12 $Re_3 = 500$ 时网格数对水箱流计算时间的影响
Fig. 12 The impact of grid number on CPU time of the tank flow at $Re_3 = 500$

对 3 个算例进行横向比较可以发现,在后台阶流中,固定亚松弛因子的计算收敛性最差。然而,当采用自动获取亚松弛因子的方法时,计算收敛性显著提高,优势明显,这一结果与后台阶流的流场分布有关。在后台阶流的流场中:入口段存在一个狭长的层流区域,流体速度的方向保持相对稳定,变化不大;在靠近出口的充分发展段,流场也表现出较为平稳的特性,流体速度在此区域基本保持不变。后台阶流的回流区主要集中在流道截面积突然扩大的位置,这一区域内流体速度的大小和方向都会经历显著的变化。相较之下,顶盖驱动流和水箱流的流场则没有界限清晰的流速变化平缓区域和剧烈区域。这两种算例的流场均由许多大小不一的漩涡组成,流速在这些区域内持续变化。

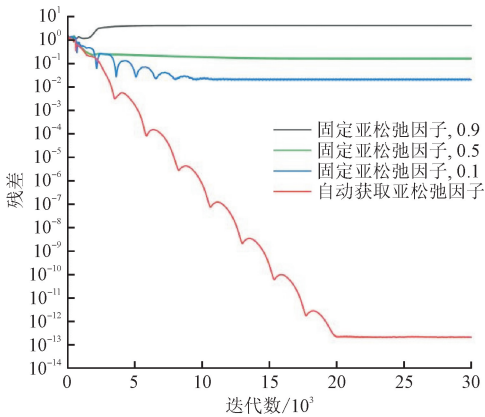
前文已经提及,在固定亚松弛因子方法中,亚松弛因子没有考虑流场的速度分布情况,也无法针对流场的不同区域采取因地制宜的亚松弛策略。所以,在速度变化平缓区域和剧烈区域界限明显的后台阶流中,固定亚松弛因子的这一缺点表现最为明显,当采用高阶格式(QUICK 格式和 SGSD 格式)时,出现了大面积计算不收敛的现象。与之形成鲜明对比的是,自动获取亚松弛因子的方法可以精准地捕获速度变化剧烈的回流区,因地制宜地采取合适的亚松弛因子进行计算,提高了计算速度。

4.5 残差的变化趋势

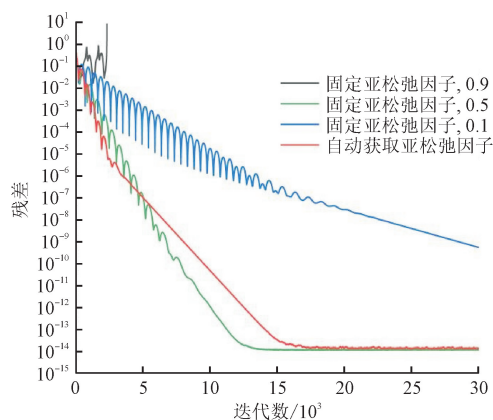
基于 4.4 小节对计算收敛性的讨论,本文对残差随着迭代数的变化趋势进行研究。本文依然沿用了 0.1、0.5、0.9 这 3 个固定亚松弛因子,统计了在各算例下,残差随着迭代数的变化趋势,并将其与自动获取方法下的残差曲线进行了对比。为了完整展现残差的最终状态,在进行计算时,删除了程序里关于计算收敛的判断语句,人为观察残差不再下降时停止计算,结果如图 13 所示。



(a) 顶盖驱动流, $Re_1 = 1\,000$, SGSD 格式, 40×40 网格



(b) 后台阶流, $Re_2 = 500$, QUICK 格式, 30×120 网格



(c)水箱流, $Re_3=1\ 000$, SGSD 格式, 80×80 网格

图 13 各算例下残差随迭代数的变化趋势

Fig. 13 The trend of residuals with the number of iterations for each case

从图 13 可以看出,在固定亚松弛因子的方法下,如果想要实现较好的收敛性,只能牺牲计算效率,减小亚松弛因子。相比之下,采用本文提出的自动获取方法后,计算的收敛性显著提高。同时,在 3 个算例中,自动获取方法均表现出了较好的计算速度。在计算收敛的情况下,例如图 13(c)中,采用自动获取方法或者固定亚松弛因子,残差最终都能达到 10^{-14} 量级。

5 结 论

本文以流场速度梯度为依据,提出了一种亚松弛因子的自动获取方法。通过 3 个经典算例以及 3 种离散格式进行计算,得到的结论如下。

(1)与固定亚松弛因子相比,本文提出的自动获取方法在不同算例中均体现出了较快的计算速度,各工况下计算时间均与采用固定亚松弛因子的最短计算时间相当,有些工况下甚至小于固定亚松弛因子的最短计算时间。

(2)自动获取方法适用于多种离散格式。当采用固定亚松弛因子时,如果亚松弛因子选择不合理,会出现计算不收敛的现象,而采用自动获取方法后,计算在收敛的同时可以得到理想的收敛速度。

(3)随着网格数的增加,各个算例的计算时间均有不同程度增加。除此之外,网格数的改变对 QUICK 格式和 SGSD 格式下的后台阶流冲击较大,造成了大面积计算不收敛的现象,而采用自动获取方法可以显著地改善计算不收敛的现象,有效地提高了计算收敛性。

(4)在计算收敛的情况下,本文的自动获取方法

可以达到与固定亚松弛因子相同的残差量级。

(5)本文是以 SIMPLE 算法下的速度亚松弛因子为例提出的自动获取方法。后续可以围绕着适用于多种衍生算法的统一自动获取方法以及速度压力耦合的自动获取方法开展进一步研究。

参考文献:

- [1] 宣领宽, 龚京凤, 张文平, 等. 用于非均质复合材料应力分析的交错网格有限体积法 [J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(3): 121-127.
XUAN Lingkuan, GONG Jingfeng, ZHANG Wenping, et al. Staggered cell-vertex finite volume method for analyzing stress in heterogeneous composite materials [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(3): 121-127.
- [2] VAN DOORMAAL J P, RAITHBY G D. Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows [J]. Numerical Heat Transfer, 1984, 7(2): 147-163.
- [3] PATANKAR S V, SPALDING D B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1972, 15(10): 1787-1806.
- [4] 王锋, 孙中国, 刘启新, 等. Y 型微混合器内流场场移动粒子半隐式法数值分析 [J]. 西安交通大学学报, 2021, 55(5): 162-170.
WANG Feng, SUN Zhongguo, LIU Qixin, et al. Numerical analysis of the flow field in a Y-type micromixer using moving particle semi-implicit method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(5): 162-170.
- [5] 李冬, 柳云钊, 陈鑫, 等. 酚醛树脂基复合材料传热-热解模型构建与试验研究 [J]. 西安交通大学学报, 2024, 58(8): 49-59.
LI Dong, LIU Yunzhao, CHEN Xin, et al. Research on construction and experimental verification of heat transfer-pyrolysis model for phenolic resin-based composite materials [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2024, 58(8): 49-59.
- [6] 王长安, 侯育杰, 刘成昌, 等. 燃煤链条炉掺烧半焦 NO_x 生成特性及配风优化数值模拟研究 [J]. 西安交通大学学报, 2022, 56(4): 1-12.
WANG Changan, HOU Yujie, LIU Chengchang, et al. Numerical simulation study on NO_x emission characteristics and the optimization of air induction of coal-fired chain boiler blended with semi-coke [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56(4): 1-12.

- [7] 邓雅军, 张琳, 孙东亮, 等. IDEAL 算法在 OpenFOAM 界面两相流求解器中的实现与性能分析 [J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(12): 147-157.
DENG Yajun, ZHANG Lin, SUN Dongliang, et al. Implementation and performance analysis of IDEAL algorithm for unsteady two-phase flow problems in OpenFOAM [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(12): 147-157.
- [8] PATANKAR S V. Numerical heat transfer and fluid flow [M]. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 1980.
- [9] BARRON R M, SALEHI NEYSHABOURI A A. Effects of under-relaxation factors on turbulent flow simulations [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2003, 42(8): 923-928.
- [10] MAREK R, STRAUB J. Hybrid relaxation: a technique to enhance the rate of convergence of iterative algorithms [J]. Numerical Heat Transfer: Part B Fundamentals, 1993, 23(4): 483-497.
- [11] GOPINATH R, GANESAN V. Orthogonal arrays: An introduction and their application in optimizing underrelaxation factors in 'simple'-based algorithm [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1992, 14(6): 665-680.
- [12] CHATWANI AV, TURAN A. Technical note improved pressure-velocity coupling algorithm based on minimization of global residual norm [J]. Numerical Heat Transfer: Part B Fundamentals, 1991, 20(1): 115-123.
- [13] 范晓伟, 阴建民, 陈钟硕. SIMPLE 算法中压力松弛因子的自动生成 [J]. 郑州纺织工学院学报, 1997, 8(3): 7-12.
FAN Xiaowei, YIN Jianmin, CHEN Zhongqi. The auto production of pressure relaxation factor in simple algorithm [J]. Journal of Zhengzhou Textile Institute, 1997, 8(3): 7-12.
- [14] LIU Xunliang, TAO Wenquan, ZHENG Ping, et al. Control of convergence in a computational fluid dynamic simulation using fuzzy logic [J]. Science in China: Series E Technological Science, 2002, 45(5): 495-502.
- [15] 王艳宁, 孙东亮, 苗政, 等. 模糊控制技术在 SIMPLER 算法中的应用及求解性能分析 [J]. 西安交通大学学报, 2016, 50(1): 78-84.
WANG Yanning, SUN Dongliang, MIAO Zheng, et al. Application of a fuzzy control method in SIMPLER algorithm and its solving performance analysis [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2016, 50(1): 78-84.
- [16] MORII T, VIEROW K. The soar method for automatically optimizing simple relaxation factors [J]. Numerical Heat Transfer: Part B Fundamentals, 2000, 38(3): 309-332.
- [17] 马森, 李春光, 景何仿. 确定 SIMPLE 算法中压力松弛因子的自适应方法 [J]. 甘肃科学学报, 2011, 23(4): 102-105.
MA Miao, LI Chunguang, JING Hefang. The adaptive method for fixing the pressure relaxation factor of SIMPLE algorithm [J]. Journal of Gansu Sciences, 2011, 23(4): 102-105.
- [18] YOU Wei, LI Zengyao, TAO Wenquan. A general self-adaptive under-relaxation strategy for fast and robust convergence of iterative calculation of incompressible flow [J]. Numerical Heat Transfer: Part B Fundamentals, 2020, 77(4): 299-310.
- [19] 宇波, 焦开拓, 陈宇杰, 等. 有限容积法对流项离散格式的稳定性与有界性研究 [J]. 西安交通大学学报, 2023, 57(4): 107-121.
YU Bo, JIAO Kaituo, CHEN Yujie, et al. Study on the stability and boundedness of discrete schemes for convection term based on finite volume method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2023, 57(4): 107-121.
- [20] 陶文铨. 数值传热学 [M]. 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- [21] 王福军. 计算流体动力学分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [22] NI Mingjiu, TAO Wenquan, WANG Shangjin. Stability-controllable second-order difference scheme for convection term [J]. Journal of Thermal Science, 1998, 7(2): 119-130.
- [23] LI Z Y, TAO W Q. A new stability-guaranteed second-order difference scheme [J]. Numerical Heat Transfer: Part B Fundamentals, 2002, 42(4): 349-365.
- [24] ERTURK E. Numerical solutions of 2-D steady incompressible flow over a backward-facing step: part I high Reynolds number solutions [J]. Computers & Fluids, 2008, 37(6): 633-655.
- [25] GHIA U, GHIA K N, SHIN C T. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method [J]. Journal of Computational Physics, 1982, 48(3): 387-411.
- [26] MAZHAR Z. A procedure for the treatment of the velocity-pressure coupling problem in incompressible fluid flow [J]. Numerical Heat Transfer: Part B Fundamentals, 2001, 39(1): 91-100.

(编辑 陶晴)